

WYKORZYSTANIE WYKŁADNIKA HURSTA DO PROGNOZOWANIA ZMIAN CEN NA GIELDZIE PAPIERÓW WARTOŚCIOWYCH

Anna KILYK, Zofia WILIMOWSKA

Streszczenie: Każdy inwestor oczekuje określonych korzyści z tytułu realizacji inwestycji. W momencie podejmowania decyzji korzyści te nie są znane. Można je co najwyżej prognozować. Powszechnie uważa się, iż notowania instrumentów na giełdzie mają głównie charakter losowy. Celem tej pracy jest pokazanie, iż zachowanie notowań giełdowych niekoniecznie charakteryzuje się losowością oraz pokazanie możliwości zaprognozowania kierunku przyszłych zmian notowanych cen papierów wartościowych przy pomocy wartości wykładnika Hursta. W pracy przedstawiony zostanie model prognozowania wykorzystujący wartość wykładnika Hursta oraz wyniki prognozowania zmiany cen papierów wartościowych na WGPW uzyskane z tego modelu.

Słowa kluczowe: prognozowanie, wykładnik Hursta, DMA.

Wstęp

Próba zaprognozowania zmian cen instrumentów finansowych notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych jest niezmiernie trudne. Za główny tego powód można uznawać czynniki wpływające na zachowanie notowań giełdowych. Szeregi czasowe, tworzone na podstawie notowań są sumą dwóch kluczowych składników: części rzeczywistej odzwierciedlającej aktualny trend panujący na rynku oraz części urojonej związanej z zachowaniem i decyzjami (często nieracjonalnymi) podejmowanymi przez inwestora. O ile zaprognozowanie części rzeczywistej przejawiającej tendencje do konkretnego zachowania nie jest trudne, o tyle prognoza części związanej z zachowaniem inwestora jest bardzo trudna do przewidzenia. Pomimo tego powstało wiele modeli podejmujących próbę prognozy przyszłych zmian badanych szeregów czasowych.

Większość metod wykorzystywanych do prognozowania zmian szeregów czasowych, w tym notowań giełdowych, jest dość trudna i wymaga zdefiniowania wcześniej parametrów wejściowych. Dużym wsparciem w stosowaniu tych metod w procesie prognozowania są systemy komputerowe, które nie tylko pozwalają zaoszczędzić czas, ale także przeprowadzają często żmudne obliczenia. Jednak nawet wykorzystanie systemów komputerowych nie przyczyniło się do zwiększenia dokładności przygotowanych prognoz, przez co metody te skupiają się głównie na prognozach krótkoterminowych.

Przeważająca liczba metod wykorzystywanych w prognozach notowań giełdowych opiera się na modelach matematycznych, których zadaniem jest przygotowanie prognozy punktowej dla określonego przedziału czasowego [2]. Wśród takich modeli wyróżnić można choćby:

- model Boxa-Jenkinsa (np. ARMA - AutoRegressive Moving Average) - wykorzystywany do predykcji szeregów czasowych będących realizacją procesów stochastycznych [3]. Są to modele o rosnącym stopniu złożoności, a przy tym także

dużej licznie wymaganych parametrów wejściowych (związanych z autoregresją, rzędem zróżnicowania i średnią ruchomą). Warto przy tym zwrócić uwagę, iż dla szeregów czasowych, na które silne oddziałują czynniki losowe, najlepszym zastosowaniem są modele o niewielkim stopniu złożoności - pozwala to uzyskać lepsze wyniki [7]. Wykorzystanie tego modelu do notowań giełdowych może być jednak kłopotliwe choćby ze względu na fakt, iż szeregi te nie są realizacją procesów stochastycznych.

- model regresji wielorakiej - model ilościowy badający związek zmiennych niezależnych oraz zmiennych zależnych opisujących badany szereg czasowy. Dla zwiększenia dokładności tego modelu zaleca się stosowanie jak największej ilości zmiennych zależnych
- model wygładzenia wykładniczego - metoda polegająca na wygładzeniu badanego szeregu czasowego za pomocą średniej ruchomej [10]. Dzięki prostemu algorytmowi obliczeń i łatwej interpretacji uzyskanych wyników, model ten wykorzystywany jest często do prognozowania zjawisk finansowych, tj. notowania giełdowe [18], kursy walut.
- model ARCH i GARCH - modele uwzględniające autoregresje wariacji, wykorzystywane dla szeregów czasowych o zmieniającej się wariacji [8, 14]. Modele bardzo często spotykane są w analizie zmian cen instrumentów finansowych.

Od niedawna dużą popularnością w prognozowaniu zjawisk finansowych cieszą się także metody wykorzystujące pojęcie sztucznej inteligencji [1], do których należą choćby sieci neuronowe [19], klasyfikacja rozmyta [20], programowanie ewolucyjne [16] czy algorytmy genetyczne [9].

Podczas procesu doboru modelu wykorzystanego do predykcji szeregów czasowych warto zwrócić uwagę na ich charakter i czynniki na nie wpływające. W przypadku notowań giełdowych zaobserwować można zarówno czynniki zewnętrzne (związane np. z sytuacją polityczno-administracyjną) jak i czynniki wewnętrzne (związane np. z istniejącymi korelacjami między aktywami). Oprócz wspomnianych czynników duży wpływ na zachowanie notowań mają także powtarzające się cykliczne schematy (sezonowość) zachowań związane z dniami tygodnia, miesiącami, itp. [6].

1. Wykładnik Hursta

Zupełnie nowym podejściem do zagadnienia prognozowania jest jedna z propozycji geometrii fraktalnej - wykładnik Hursta. Podejście to pozwala nie tylko na analizę zachowań szeregów czasowych, ale także na podjęcie próby określenia kierunku spodziewanych zmian krótkoterminowych. Po raz pierwszy parametr ten wykorzystany został podczas budowy tamy na Nilu do analizy poziomu wody w rzece [11]. Prowadzone w tym temacie badania nie tylko pokazały, iż zmiany poziomu wody nie są zjawiskami całkowicie losowymi, ale także pozwoliły zaobserwować istnienie długoterminowej pamięci zdarzeń dla nieskończenie długich szeregów czasowych (Hurst dysponował danymi z 847 lat).

Dodatkowo badania te pozwoliły na dostrzeżenie potęgowej zależności między odchyleniem standardowym r , a długości analizowanego szeregu czasowego a . Wykładnik w tej zależności nosi nazwę wykładnika Hursta H :

$$r = a^H \quad (1)$$

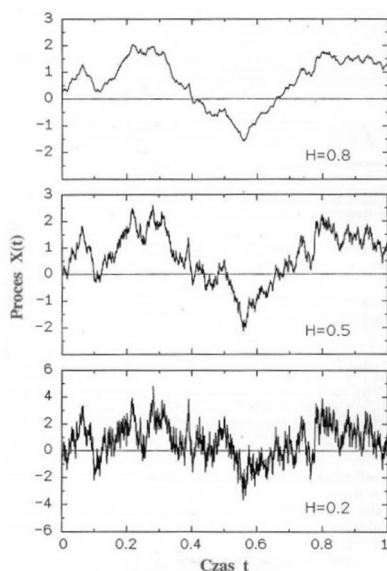
W zależności od potrzeb metody wyznaczające wykładnik Hursta mogą być wykorzystywane do badań szeregów czasowych jednowymiarowych:

- metoda analizy długozasięgowej (R/S) [11],
- metoda odrendowanej średniej kroczącej (DMA) [15],
- metoda analizy odrendowanych fluktuacji (DFA) [4],

bądź wielowymiarowych:

- metoda multifraktalnej analizy odrendowanych fluktuacji (MF-DFA) [12],
- metoda maksimum modułu transformaty falkowej (WTMM) [17].

Niezależnie od rodzaju badanego szeregu czasowego wykładnik Hursta przyjmuje wartości z przedziału (0, 1). Uzyskanie wartości brzegowych (0; 0,5 i 1) jest niezmiernie trudne, a wspomniane wartości uważane są bardzo często za czysto teoretyczne, rys.1.



Rys. 1. Realizacja procesu stochastycznego $X(t)$ przedstawiająca zachowanie szeregu czasowego dla różnych wartości wykładnika Hursta [5]

Nie zmienia to faktu, iż ze względu na specyficzny charakter zachowań pojawiających się przy konkretnych wartościach wykładnika, możliwe było wyznaczenie trzech zakresów jego występowania:

- $H \in (0; 0,5)$ - szereg czasowy określany jest jako antyperzystentny, charakteryzują się dużą zmiennością. Badając szereg czasowy z wartością wykładnika Hursta z tego przedziału spodziewać się można częstych zmian kierunku trendów krótkoterminowych.
- $H = 0,5$ - badany szereg czasowy nie posiada dominującego trendu przez co kolejne zmiany przyjmują charakter losowy (błądzenie losowe). W przypadku

takiego szeregi czasowego, prawdopodobieństwo zarówno zmiany jak i utrzymania trendu jest równe 50%.

- $H \in (0,5; 1]$ - szereg czasowy określany jest mianem perzystentnego. Jako całkowite przeciwieństwo pierwszego przedziału, ten szereg czasowy cechuje uporządkowany przebieg, powodujący utrzymanie aktualnego trendu. Stopień uporządkowania dla tego przedziału jest tym większy, im wyższą wartość przyjmuje wykładnik.

Niestety, uzyskana w wyniku obliczeń wartość wykładnika Hursta pozwala jedynie na scharakteryzowanie badanego zjawiska dla danego przedziału szeregu czasowego. Jak pokazały badania prowadzone nad wartości wykładnika Hursta, dobrą praktyką jest analiza zmian tego parametru [13]. Dzięki takiemu podejściu scharakteryzowanie badanego szeregu w danej chwili, ale także jego możliwy kierunek zmian (pojedyncza wartość wykładnika Hursta może znajdować się w jednym z przedstawionych przedziałów, jednak jego zmiana w czasie może wskazywać na zmianę przedziału w najbliższym czasie).

Jedną z możliwych metod wykorzystywanych do wyznaczania wartości wykładnika Hursta jest metoda DMA (odtrendowanej średniej kroczącej). Jak sama nazwa wskazuje, metoda ta opiera się przede wszystkim na średniej kroczącej o długości n wyznaczonej w punkcie i , dla szeregu czasowego $y(i)$ o długości N :

$$\tilde{y}(i) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^n y(i-k) \quad (2)$$

gdzie:

$\tilde{y}(i)$ - średnia krocząca w punkcie i o długości n ,

n - długość średniej kroczącej,

N - długość badanego szeregu czasowego,

$y(i)$ - szereg czasowy

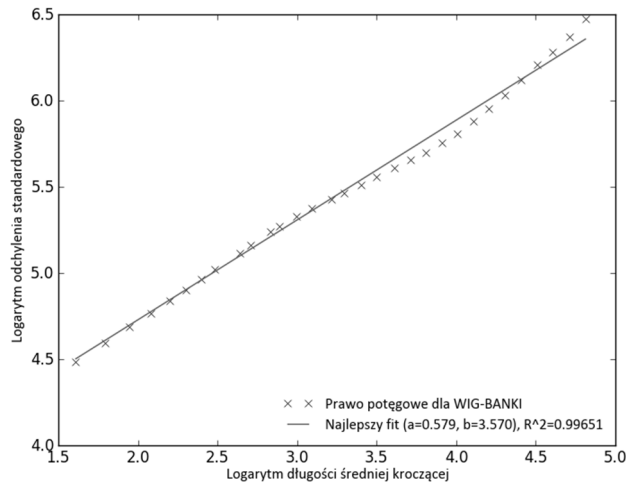
Przy pomocy stworzonej średniej ruchomej, w kolejnym kroku wyznaczane jest zmodyfikowane odchylenie standardowe określone wzorem:

$$\sigma_{DMA}(n) = \sqrt{\frac{1}{N-n} \sum_{i=n}^N [y(i) - \tilde{y}_n(i)]^2} \quad (3)$$

Ostatnim krokiem tej metody jest wyznaczenie wartości wykładnika Hursta (H) przy wykorzystaniu zależności:

$$\sigma_{DMA}(n) \sim n^H \quad (4)$$

Najlepszym sposobem wyznaczenia istniejącej zależności między odchyleniem standardowym a długością średniej kroczącej i wykładnika Hursta jest przedstawienie jej na wykresie logarymiczno-logarymicznym. Dzięki takiej formie rozwiązania można z łatwością odczytać wartość wykładnika Hursta, która definiowana jest jako kąt nachylenia prostej, rys.2.



Rys. 2. Przykładowa reprezentacja wartości wykładnika Hursta dla indeksu WIG-BANKI [opracowanie własne].

Oczywiście, aby można było odczytać wartość wykładnika Hursta, przedstawione etapy postępowania należy wcześniej powtórzyć wielokrotnie wykorzystując do obliczeń różne długości średniej kroczącej.

2. Opis proponowanego modelu

Proponowany model składa się z 3 etapów.

Pierwszy etap model rozpoczyna się od wyznaczenia wartości parametrów wejściowych tj. wykładnika Hursta, odchylenia standardowego oraz kierunku trendu (wyznaczony na podstawie funkcji regresji liniowej). Następnie przy wykorzystaniu wyliczonej na podstawie wzoru (5) długości przedziału W przy założonej ilości przedziałów d , tworzony jest dla badanego szeregu czasowego rozkład gęstości prawdopodobieństw stóp zwrotu przedstawiony w postaci histogramu.

$$W = \frac{r_{max} - r_{min}}{d} \quad (5)$$

W etapie drugim, tak przygotowany histogram następnie modyfikowany jest przy pomocy wcześniej przygotowanych scenariuszy. W tworzeniu scenariuszy wykorzystany jest kierunek trendu wyznaczony przy pomocy regresji liniowej, tabela 1. Dla trendu pozytywnego współczynnik kierunkowy dla funkcji regresji jest wartością dodatnią, natomiast trend negatywny charakteryzuje się ujemną wartością współczynnika kierunkowego.

Tab. 1. Scenariusze postępowania zależne od kierunku trendu i wartości wykładnika Hursta.

	Trend dodatni	Trend ujemny
$0 < H \leq 0,1$	-5σ	5σ
$0,1 < H \leq 0,2$	-4σ	4σ
$0,2 < H \leq 0,3$	-3σ	3σ
$0,3 < H \leq 0,4$	-2σ	2σ
$0,4 < H \leq 0,5$	-1σ	1σ
$0,5 < H \leq 0,6$	1σ	-1σ
$0,6 < H \leq 0,7$	2σ	-2σ
$0,7 < H \leq 0,8$	3σ	-3σ
$0,8 < H \leq 0,9$	4σ	-4σ
$0,9 < H \leq 1$	5σ	-5σ

W przypadku, gdy badany szereg czasowy scharakteryzowany jest przez parametry określające scenariusz 1 (trend dodatni oraz wartość wykładnika Hursta z pierwszej dziesiątki zakresu) stworzony histogram modyfikowany jest o pięciokrotną wartość odchylenia standardowego. Ponieważ tak niska wartość wykładnika charakteryzuje szeregi czasowe o dużej zmienności, modyfikacji poddawane są tylko ujemne wartości stworzonych przedziałów. W przypadku trendu ujemnego dla wartości wykładnika Hursta z pierwszej dziesiątki przedziału stworzony histogram modyfikowany jest o tę samą wartość, przy czym zmianom poddane zostają wartości dodatnie.

Trzecim, ostatnim etapem procesu jest wygenerowanie liczby losowej ze zmodyfikowaną funkcją rozkładu odzwierciedlającą aktualną sytuację. W celu przygotowania dłuższej (niż jednodniowa) prognozy konieczne jest powtórzenie całego schematu, przy czym analizowane okno czasowe przesuwa się o zaprognozowaną wartość. W związku z czym kolejny szereg czasowy rozpocznie się od wartości drugiej wartości zbioru.

3. Analiza uzyskanych wyników

Badaniom poddane zostały notowania indeksu WIG20 dla dwóch przedziałów czasowych charakteryzujących się wartościami wykładnika Hursta z dwóch różnych przedziałów. Każdy z analizowanych szeregów czasowych posiadał 200 kolejnych zwrotów z cen notowań. Dodatkowo każdy przebieg prognozował 30 kolejnych wartości.

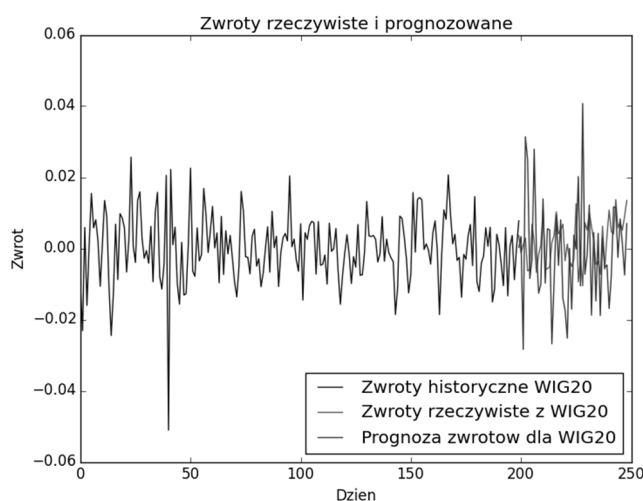
Oba wybrane przedziały czasowe scharakteryzowane są przez niewielki trend spadkowy, przy czym analizowane szeregi czasowe należą do dwóch różnych typów. Pierwszy przedział czasowy (02.01.2014 - 17.10.2014) charakteryzuje szereg czasowy antyprzystentny, tabela 2, drugi (02.01.2015 - 16.10.2015) natomiast szereg przystentny.

Po przeprowadzeniu symulacji dla pierwszego z analizowanych przedziałów (2014 rok) zauważyć można, iż prognozowane wartości utrzymują podobny kierunek zmian, co wartości rzeczywiste, rys. 3. Zgodność kierunku liczona jako ilość poprawnie zaprognozowanych kierunków zmian do ilości powtórzeń (cały schemat powtórzony został 30 razy) określiła zgodność prognozy w wysokości 55%. Natomiast problem w tym przypadku stanowią wartości zwrotów, które w porównaniu do wartości rzeczywistych są znacznie większe. Nie zmienia to jednak faktu, iż wartość wykładnika Hursta oraz wartość

zgodności kierunku pokazało, że trudno by było w tym przypadku mówić o losowości notowań giełdowych.

Tab. 2. Uzyskane statystyki dla pierwszego przedziału czasowego.

	02.01.2014 - 17.10.2014	02.01.2015 - 16.10.2015
Wykładnik Hursta	0,41	0,60
Odchylenie standardowe	0,007	0,011
Współczynnik kierunkowy	-0,188	-0,004



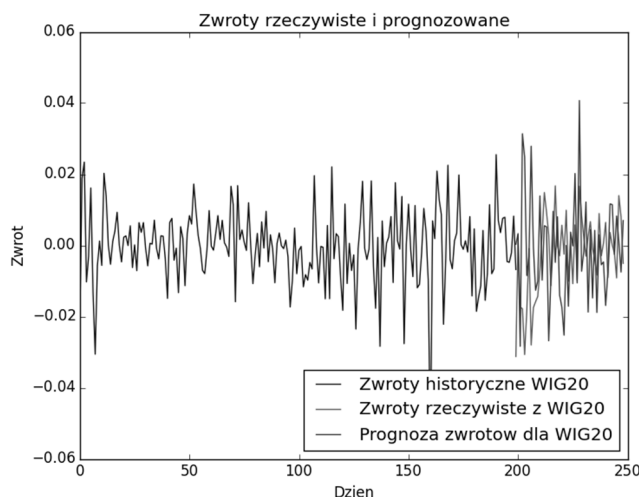
Rys. 3. Zwrot rzeczywisty i prognoza indeksu WIG20 za okres 02.01.2014 - 17.10.2014 [opracowanie własne].

Prognozy dla drugiego z analizowanych przedziałów, perzystentnego, pokazały, iż możliwe jest lepsze dopasowanie prognozy do danych rzeczywistych. Jak można zauważyć na wykresie (rys.4), zaprognozowane dane dość dobrze oddają kierunek zmian danych rzeczywistych, co dodatkowo potwierdza oszacowana zgodność kierunku na poziomie 61%. Podobnie jak w pierwszym okresie czasowym, tak i tu zauważyć można odbieganie wartości prognozowanych od wartości rzeczywistych. Jednak w tym przypadku różnice te są zdecydowanie rzadsze i mniejsze.

Wnioski

W pracy przedstawiono model prognozowania zjawisk z zastosowaniem wykładnika Hursta. Ideę działania modelu przedstawiono na przykładzie prognozowania zmian cen papierów wartościowych na giełdzie.

Jak pokazały prowadzone badania notowania indeksu giełdowego WIG20, w krótkich okresach czasu, nie przejawia cech błędzenia losowego. Fakt ten potwierdzony został zarówno przez samą wartość wykładnika Hursta, jak i przez możliwość dość dobrego odzwierciedlenia danych rzeczywistych przez stworzoną prognozę.



Rys. 4. Zwrot rzeczywisty i prognoza indeksu WIG20 za okres 02.01.2015 - 16.10.2015 [opracowanie własne].

Można więc powiedzieć, że wszędzie tam, gdzie losowość badanych zjawisk nie jest pewna, można odwołać się do geometrii fraktalnej. Oczywiście nie tylko w prognozowaniu zmiany cen instrumentów finansowych na giełdzie.

Przedstawione różnice między wartościami rzeczywistymi a prognozą mogą wynikać z wielu czynników związanych choćby ze zbyt szczegółowym rozbięciem scenariuszy, zbyt małą różnicą między kolejnymi wartościami modyfikatora, czy choćby z charakteru zmian wybranych notowań.

Literatura

1. Brabazon A., O'Neill M., Maringe D.G.: Natural Computing in Computational Finance, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2010.
2. Box G.E.P., Jenkins G.M.: Time series analysis: Forecasting and Control, Holden-Day, 1976.
3. Box G.E.P., Jenkins G.M.: Analiza szeregów czasowych, prognozowanie i sterowanie, PWN, Warszawa, 1983.
4. Bunde A., Havlin S.: A Brief Introduction to Fractal Geometry w Fractal in Science, Springer-Verlag, Berlin, 1995.
5. Bunde A., Havlin S., Kantelhardt J.W., Penzel T., Peter J., Vooigt K.: Correlated and Uncorrelated Regions in heart-Rate Fluctuations during Sleep, Physical Review Letters, No. 85, 2000.
6. Cohen G.: Why don't you trade only four days a year? An empirical study into the abnormal returns of quarters first trading day. Konferencja naukowa World Finance Conference, Wenecja, 2-4.07.2014
7. Duda J.T., Augustynek A.: O możliwościach ulepszenia krótkoterminowych prognoz wskaźników giełdowych z wykorzystaniem modeli regresyjnych, Ekonomia, informatyka i metody numeryczne, Kraków, 2004.

8. Engle R.F.: Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, Vol. 50, 1982.
9. Friedman G.J.: Digital simulation of an evolutionary process, *General Systems Yearbook*, Vol. 4, 1959.
10. Holt C.C.: *Forecasting Seasonals and Trends by Exponentially Weighted Moving Average*, Pittsburgh, Pennsylvania, Carnegie Institute of Technology, 1957.
11. Hurst H.E.: Long-term storage capacity of reservoirs, *Transactions of the American Society of Civil Engineering*, No. 116, 1951.
12. Kantelhard J.W., Zschiegner S.A., Koscielny-Budne E., Vavlin S., Bunde A., Stanley H.E.: Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series, *Physica A*, No. 316, 2002.
13. Kaminska A., Kilyk A.: The investment decision-making process in uncertain circumstances and risk validation on different markets, *Theory of Management* 8, *The Selected Problems for the Development Support of Management Knowledge Base*, 2015.
14. Liow K.H., Ibrahim M.F., Huang Q.: Macroeconomic Risk Influences on the Property Stock Market, *Journal of Property Investment & Finance*, Vol. 24, 2006.
15. Mantegna R.N., Stanley H.E.: Scaling behavior in the dynamics of an economic index, *Nature*, No. 376, 1995.
16. Markowska-Kaczmar U., Kwasnicka H., Szczepkowski M., Genetic Algorithm as a Tool for Stock Market Modeling, *Artificial Intelligence and Soft Computing - ICAISC 2008*, *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 5097, 2008.
17. Muzy J. F., Barcy E., Arneodo A.: The Multifractal Formalism revisited with wavelets. *National Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 2, No. 2, 1994.
18. Tarapata Z.: Analiza możliwości wykorzystania wybranych modeli wygładzenia wykładniczego do prognozowania wartości WIG-u, *Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Ekonomicznej* 4.
19. Tino P., Schittenkopf C., Dorffner G.: Financial Volatility Trading Using Recurrent Neural Networks, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 12, 2001
20. Wu S.I., Lu R.P.: Combining Artificial Neural Networks and Statistics for Stock-Market Forecasting, *ACM Conference on Computer Science*, 1993.

Mgr Anna KIŁYK
 Prof. Zofia WILIMOWSKA
 Katedra Systemów Zarządzania
 Politechnika Wrocławska
 52-007 Wrocław, ul. Smoluchowskiego 25
 tel./fax: (0-71) 320 23 81
 Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa
 ul. Armii Krajowej 7, Nysa
 e-mail: anna.kilyk@pwr.wroc.pl
 zofia.wilimowska@pwr.wroc.pl