

MAKSYMALIZACJA PRZEPIYWÓW PIENIĘŻNYCH DLA PROBLEMU HARMONOGRAMOWANIA PROJEKTU W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

Marcin KLIMEK, Piotr ŁEBKOWSKI

Streszczenie: W artykule analizowane jest zagadnienie maksymalizacji przepływów pieniężnych dla projektu realizowanego w warunkach niepewności przy wykorzystaniu ograniczonych zasobów RCPSP (ang. *Resource-Constrained Project Scheduling Problem*). Opisane są wybrane podejścia do planowania prac projektowych w warunkach niepewności i modele optymalizacji przepływów pieniężnych dla RCPSP. Zaproponowany jest model etapowych rozliczeń zadań projektowych (z kamieniami milowymi): wydatki wykonawcy przypisane są do wykonywanych zadań, a wpływy są uzyskiwane po zrealizowaniu etapów projektu. Dla proponowanego modelu zaprezentowane są metody jego rozwiązania zilustrowane dla przykładowego projektu.

Słowa kluczowe: harmonogramowanie projektu z ograniczonymi zasobami w warunkach niepewności, proaktywno-reaktywne harmonogramowanie, maksymalizacja przepływów pieniężnych, kamienie milowe

1. Wprowadzenie

Problem harmonogramowania projektu z ograniczonymi zasobami RCPSP jest jednym z ważnych i przydatnych w praktyce zagadnień optymalizacyjnych. W pracach badawczych stosowanych jest wiele modeli optymalizacyjnych (ich analizę można znaleźć w pracach przeglądowych [1-2]), w których definiowane są różne funkcje celu, kategorie zasobów czy sposoby realizacji zadań itd. Przy ocenie rozwiązań RCPSP najczęściej wykorzystywane są kryteria czasowe np. minimalizacja czasu trwania, dotrzymanie terminów realizacji projektu lub jego etapów itp. Coraz częściej jednak przy planowaniu prac projektowych uwzględnia się kryteria ekonomiczne, które są istotne przy realizacji praktycznych przedsięwzięć. Przy harmonogramowaniu projektu uwzględniane są przepływy pieniężne związane z jego realizacją. W wielu badaniach stosowana jest funkcja celu tj. maksymalizacja sumy zdyskontowanych przepływów pieniężnych RCPSP-DC (ang. *RCPSP with Discounted Cash flows*). W modelach RCPSP-DC przepływy pieniężne związane z przedsięwzięciem są dyskontowane tzn. obliczana jest ich bieżąca wartość NPV (ang. *Net Present Value*) przy przyjętej stopie dyskontowej. Dyskontowanie przepływów pieniężnych jest uzasadnione zwłaszcza dla projektów długotrwałych, dla których podczas wykonania prac występują istotne zmiany wartości pieniądza. Pierwszy rozpatrywany model maksymalizacji NPV projektu to model Max-NPV [3]. Aktualnie powstaje wiele prac, w których maksymalizowana jest suma zdyskontowanych przepływów pieniężnych. Są one szerzej omówione w pracach przeglądowych [1,4].

Przy wyznaczaniu wartości NPV projektu uwzględniane są wszystkie przepływy pieniężne związane z przedsięwzięciem, zarówno wpływy (dodatnie przepływy pieniężne) jak i wydatki (ujemne przepływy pieniężne). Przepływy ujemne to np. wydatki wykonawcy

powiązane z wykonywaniem zadań i z wykorzystaniem zasobów, a przepływy dodatnie to z reguły wpłaty klienta na rzecz wykonawcy za zrealizowanie prac projektowych. Płatności klienta na rzecz wykonawcy mogą być wykonywane jednokrotnie po ukończeniu prac projektowych LSP (ang. *Lump-Sum Payment*) lub wielokrotnie [5-9] np.:

- wpłaty powiązane ze zdarzeniami tj. ukończenie etapu projektu lub zakończenie czynności – model PAC (ang. *Payments at Activities' Completion times*),
- wpłaty realizowane w stałych odstępach czasu – model ETI (ang. *Equal Time Intervals*) lub PP (ang. *Progress Payments*).

Stosowane są różne modele harmonogramowania płatności PPS (ang. *Payment Project Scheduling*) [5-11]. W ramach PPS ustalane są np. całkowita kwota płatności klienta za zrealizowanie projektu i sposób jej rozłożenia na transze z określeniem ich liczby, wysokości i terminów wykonania itp. Poszczególne transze płatności mogą uwzględniać np. koszty realizacji zadań, stopień zaawansowania prac itp. Występują rozbieżne interesy klienta i wykonawcy dotyczące rozliczeń projektu: dla wykonawcy opłacalne są jak najwcześniejsze wpłaty klienta (wyższe NPV płatności), natomiast dla klienta wskazane jest odraczanie płatności. Harmonogram płatności jest optymalizowany z punktu widzenia wykonawcy [8-9], klienta [5] lub szukane jest rozwiązanie satysfakcjonujące zarówno klienta jak i wykonawcę [10-11].

W rozliczeniach projektu między klientem a wykonawcą wprowadzany jest również system kar i nagród [12-18]. Definiowane są dokładne terminy lub okna czasowe, w których zakończenie zadań lub etapów projektu nie jest ani nagradzane ani karane. Wykonawca jest karany za przekroczenie umownych terminów ukończenia projektu lub jego etapów a nagradzany za wcześniejsze wykonanie projektu lub jego etapów. System kar i nagród jest tak konstruowany, aby mobilizować wykonawcę do jak najszybszego realizowania czynności: korzyści z nagród powinny przekraczać koszty wykonawcy ponoszone w związku z szybszym wykonywaniem prac (etapów), a kary za opóźnioną realizację prac powinny przewyższać korzyści z późniejszego realizowania czynności. Z punktu widzenia klienta, koszt nagród dla wykonawcy za szybsze wykonanie prac nie powinien być wyższy niż korzyści klienta z szybszej realizacji zadań, a kara za nieterminowość powinna przewyższać utracone korzyści klienta osiągnęte przy terminowej realizacji prac.

Autorzy proponują etapowy system rozliczeń (z kamieniami milowymi) przedsięwzięcia [14-18], w którym klienci ustalają z wykonawcą umowne etapy projektu i definiują dla nich terminy realizacji oraz wysokości płatności za ukończenie zadań etapowych. Przy opóźnieniach w wykonaniu prac etapowych, stosowane są kary zmniejszające wysokość wpłat klienta. Zastosowanie etapowego systemu rozliczeń może być jednak korzystne dla wykonawcy, ponieważ daje możliwość wcześniejszego pozyskiwania środków pieniężnych za zrealizowane zadania, które można przeznaczyć na realizację nowych zadań, zakup materiałów, wypłatę wynagrodzeń dla pracowników itp. Klient w proponowanym systemie rozliczeń musi dokonywać wcześniejszych płatności, ale w zamian dostaje możliwość większej kontroli nad przebiegiem prac i uzyskiwania rekompensat przy opóźnieniach w realizacji przedsięwzięcia.

Etapowy system rozliczeń z określonymi kamieniami milowymi dla projektu, może znaleźć zastosowania w praktyce. Podczas realizacji praktycznych przedsięwzięć stosowana jest technika kamieni milowych (koniec etapu to kamień milowy) [19], „punktów koordynacyjnych i kontrolnych, mających szczególne znaczenie ze względu na: wagę cząstkowych rezultatów projektu dla rezultatów jego następnych etapów i kroków oraz dla rezultatu końcowego (tzw. odbiór końcowy)” [20]. Definiowanie kamieni

milowych jest ważnym elementem planowania projektu. Ich liczba jest zależna od specyfiki przedsięwzięcia, ale nie powinno ich być zbyt dużo aby była zachowana ich „wyjątkowość” [18]. Przy harmonogramowaniu najczęściej przyjmuje się, że kamienie milowe mają zerowy czas i koszt, nie są im przypisywane zasoby, ale są określane terminy ich wykonania oraz powiązane z nimi czynności. Planowanie projektu jest wspomagane przez systemy komputerowe tj. Microsoft Project, które często udostępniają możliwość zastosowania techniki kamieni milowych w harmonogramowaniu prac, która ułatwia zarządzanie przedsięwzięciem i kontrolę terminowości jego realizacji.

Przy rozwiązywaniu problemów harmonogramowania coraz częściej uwzględnia się praktyczne aspekty realizacji zadań, tj. planowanie prac w warunkach niepewności. Przedsięwzięcia często cechuje innowacyjność i unikalność realizowanych czynności z czym wiąże się trudność szacowania czasów trwania poszczególnych zadań. Innymi źródłami niepewności może być np. występowanie nieprzewidywalnych zdarzeń, zakłóceń tj. awarie maszyn (czasowa niedostępność zasobów), niekorzystne warunki atmosferyczne itp. Zakłócenia występujące podczas prac w rzeczywistych projektach sprawiają, że czasy realizacji czynności różnią się od tych przyjętych podczas planowania, a uszeregowania wygenerowane za pomocą tradycyjnych metod harmonogramowania projektu odbiegają od faktycznie realizowanych harmonogramów. Wskazane jest uwzględnianie niepewności przy planowaniu aby np. zapobiec zmniejszeniu sumy przepływów pieniężnych związanych z projektem.

W tej pracy analizowany jest model RCPSp z niepewnymi, stochastycznymi czasami trwania zadań, ze zdefiniowanymi umownymi etapami przedsięwzięcia z maksymalizacją sumy zdyskontowanych przepływów pieniężnych z punktu widzenia wykonawcy: z płatnościami klienta za ukończone etapy projektu, z karami za ich nieterminową realizację oraz z wydatkami ponoszonymi z tytułu realizowanych czynności. Model uwzględnia dodatkowo wpływ niepewności prac projektowych na stabilność prac projektowych – opóźnione rozpoczynanie czynności generuje dla wykonawcy dodatkowe koszty (niestabilności) związane np. z koniecznością magazynowania materiałów itp. W badaniach dla RCPSp uwzględniających kryteria ekonomiczne model z kamieniami milowymi w tej postaci, poza pracami autorów, nie był rozpatrywany. Etapowe rozliczanie projektu jest analizowane dla problemu z wieloma sposobami wykonywania zadań MMRCPSp (ang. *Multi-Mode RCPSp*) [12, 21].

W pracy kolejno opisane są wybrane podejścia stosowane w harmonogramowaniu projektu w warunkach niepewności. Następnie sformułowany jest rozważany problem i opisany proponowany sposób jego rozwiązania. Na końcu przedstawiony jest przykład ilustrujący zagadnienie.

2. Harmonogramowanie projektu w warunkach niepewności

Praktyczne projekty realizowane są w warunkach niepewności m. in. przy zmieniających się wymaganiach klientów, przy nieprzewidywalnych zakłóceniach np. awariach maszyn oraz przy trudnych do oszacowania czasach trwania czynności itp. W związku z praktycznym zapotrzebowaniem powstaje coraz więcej prac z harmonogramowania projektu w warunkach niepewności, których przegląd można znaleźć w pracach [22-26]. Najczęściej podejmowane jest zagadnienie, w którym zakłada się, że niepewność dotyczy czasów trwania czynności – wiele innych nieprzewidywalnych zdarzeń (np. niedostępność zasobów, awarie, opóźnienia w dostawach materiałów, niekorzystne warunki pogodowe itp.) przyczyniają się do zmian czasów trwania zadań.

Analizowane są możliwe wahania w czasach realizacji czynności, które mogą być spowodowane przez niekontrolowane czynniki, bez rozpatrywania źródeł zmian tych czasów. Do opisu niepewności czasów trwania zadań stosowane są podejścia: rozmyte (ang. *fuzzy scheduling*) oraz stochastyczne (ang. *stochastic scheduling*).

Nowoczesne metody z zakresu planowania projektu tj. metoda łańcucha krytycznego CCPM (ang. *Critical Chain Project Management*) [27], harmonogramowanie proaktywne (ang. *proactive scheduling*) [22-26, 28-32] przy harmonogramowaniu przyjmują estymaty agresywne czasów trwania czynności co daje możliwość rozdysponowania, uzyskanej dzięki mniejszym planowanym czasom trwania zadań, rezerwy czasowej na zabezpieczenie harmonogramu (np. przez alokację buforów czasowych i/lub zasobowych) w miejscach najbardziej narażonych na zakłócenia i/lub w miejscach, w których koszt zakłóceń byłby wysoki. W praktycznych projektach wdrażana jest metoda łańcucha krytycznego, która koncentruje się na zabezpieczaniu terminowości realizacji całego przedsięwzięcia. Bufory czasowe, zasobowe nie są wstawiane dla poszczególnych zadań, tworzone są wspólne bufory, zabezpieczające terminowość realizacji zadań z łańcucha krytycznego, co ma się przyczynić do szybkiej realizacji całego przedsięwzięcia.

W pracach projektowych, poza dotrzymaniem terminu wykonania przedsięwzięcia, często istotna jest stabilna realizacja planowanego harmonogramu. Stabilne wykonanie planowanego harmonogramu ułatwia koordynację wewnętrznych zasobów przedsiębiorstwa (odpowiednie przygotowanie pracowników, przebrojenie maszyn, transfery zasobów między projektami), realizację dostaw (materiałów, podzespołów itp.), dokładnie na czas JIT (ang. *Just-In-Time*) itp., co może w znaczący sposób wpływać na efekt finansowy przedsięwzięcia [29-31].

Aby ograniczyć negatywny wpływ nieprzewidywalnych zdarzeń (skutkujących np. zmiennością czasów trwania zadań) na stabilność realizacji uszeregowania stosowane jest harmonogramowanie proaktywne, zwane też odpornym, w którym opracowuje się harmonogram cechujący się jak najmniejszą podatnością na zakłócenia, minimalizujący negatywne skutki wahań czasów trwania zadań. Planowanie prac projektowych w warunkach niepewności jest etapowe: początkowo tworzony jest harmonogram nominalny uwzględniający kryteria optymalizacyjne przy założeniu deterministycznych parametrów (np. czasów trwania czynności), który następnie jest modyfikowany w harmonogram proaktywny, odporny na zmienność parametrów (np. czasów trwania czynności). Do uodparniania uszeregowania najczęściej stosowane są techniki redundancji – alokacja buforów czasowych i/lub zasobowych w miejscach uszeregowania najbardziej narażonych na zakłócenia [22-26]. Analizowanych w badaniach jest wiele procedur alokacji buforów np. rozmieszczających bufory w pierwszej kolejności dla czynności o największym prawdopodobieństwie zakłócenia, realizowanych przy użyciu awaryjnych maszyn, o największym koszcie niestabilności itp. Podczas alokacji wykorzystywana jest np. statystyczna wiedza o zmienności czasów trwania wykryta podczas analizy ukończonych projektów.

Mimo zastosowania technik proaktywnych w trakcie realizacji harmonogramu pojawiają się nieprzewidywalne zakłócenia, które powodują, że planowany harmonogram wymaga stałej korekty, reharmonogramowania, w etapie harmonogramowana reaktywnego (ang. *reactive scheduling*).

Harmonogramowanie proaktywno-reaktywne rozważane jest z reguły dla zagadnienia zabezpieczenia terminowości realizacji całego projektu oraz problemu minimalizacji

ważonego kosztu niestabilności realizacji zadań [22-26, 28-32]. Liczba prac badawczych dla zagadnienia maksymalizacji przepływów pieniężnych w warunkach niepewności jest niewielka: analizowane są modele z stochastycznymi [33-35] lub rozmytymi [36] czasami trwania czynności z maksymalizacją oczekiwanych wartości przepływów pieniężnych EPV (ang. *Expected Present Value*) wyznaczonymi dla różnych scenariuszy czasów trwania zadań.

W tej pracy, podobnie jak we wcześniejszych pracach autorów [14-18], analizowany jest problem maksymalizacji przepływów pieniężnych dla przedsięwzięcia rozliczanego etapowo, ze zdefiniowanymi kosztami niestabilności rozpoczynania poszczególnych czynności. Proponowane jest podejście proaktywno-reaktywne dla problemu ze zmiennymi, niepewnymi czasami trwania zadań.

3. Sformułowanie problemu

Rozważany jest problem harmonogramowania projektu (przedsięwzięcia), w którym wykonywane są, przy wykorzystaniu ograniczonych, odnawialnych zasobów tj. pracownicy, maszyny, czynności niepodzielne o jednym sposobie realizacji (ang. *nonpreemptive, single mode resource-constrained project scheduling problem*). Projekty przedstawiane są w reprezentacji czynność na węzle AON (ang. *Activity-On-Node*) w postaci acyklicznego, spójnego, prostego grafu skierowanego oznaczonego $G(V, E)$, w którym V to zbiór węzłów opisujących czynności projektowe a E to zbiór łuków przedstawiających relacje kolejnościowe między czynnościami.

Jako funkcja celu stosowana jest maksymalizacja zdyskontowanych przepływów pieniężnych projektu (patrz: wzory 1, 6) przy uwzględnieniu ograniczeń zasobowych (patrz: wzory 2, 7) i kolejnościowych (patrz: wzory 3, 8) oraz etapowego rozliczania prac przy założeniu niepewnych czasów trwania zadań [17-18].

W fazie planowania harmonogramu:

$$\text{Maksymalizacja } F = F_A + F_M = \sum_{i=1}^{N_A} \frac{CFA_i}{(1+\alpha)^{ST_i}} + \sum_{m=1}^{N_M} \frac{CFM_m}{(1+\alpha)^{MT_m}}, \quad (1)$$

Przy następujących ograniczeniach:

$$\sum_{i \in J(t)} R_{ik} \leq A_k, \quad \forall t : t = 1, \dots, ST_{N_A+1}, \forall k = 1, \dots, K, \quad (2)$$

$$ST_i + D_i \leq ST_j, \quad \forall (i, j) \in E, \quad (3)$$

$$MT_m = \max_{i \in MA_m} (FT_i), \quad \forall m : m = 1, \dots, N_M \quad (4)$$

$$CFM_m = PM_m - CM_m \cdot \max(MT_m - MD_m, 0), \quad \forall m : m = 1, \dots, N_M, \quad (5)$$

W fazie realizacji harmonogramu:

$$\text{Maksymalizacja } RF = F_A + RF_M + RF_S = \sum_{i=1}^{N_A} \frac{CFA_i}{(1+\alpha)^{ST_i}} + \sum_{m=1}^{N_M} \frac{RCFM_m}{(1+\alpha)^{RMT_m}} + \sum_{i=1}^{N_A} \frac{CFS_i}{(1+\alpha)^{RST_i}}, \quad (6)$$

Przy następujących ograniczeniach:

$$\sum_{i \in J(t)} R_{ik} \leq A_k, \quad \forall t : t = 1, \dots, RST_{N_A+1}, \forall k = 1, \dots, K, \quad (7)$$

$$RST_i + RD_i \leq RST_j, \quad \forall (i, j) \in E, \quad (8)$$

$$RMT_m = \max_{i \in MA_m}(RFT_i), \quad \forall m : m = 1, \dots, N_M \quad (9)$$

$$CFM_m = PM_m - CM_m \cdot \max(MT_m - MD_m, 0), \quad \forall m : m = 1, \dots, N_M, \quad (10)$$

$$CFS_i = -CL_i \cdot \max(RST_i - ST_i, 0), \quad \forall n : n = 1, \dots, N_A. \quad (11)$$

gdzie:

F_A – składowa funkcji celu F wyznaczana na podstawie wydatków wykonawcy ponoszonych przy wykonywaniu zadań, ma taką samą wartość w fazie planowania jak i realizacji harmonogramu,

F_M – składowa funkcji celu F wyznaczana na podstawie wpłat klienta wykonywanych za zrealizowane etapy projektu,

RF_M – składowa funkcji celu RF wyznaczana na podstawie wpłat klienta wykonywanych za zrealizowane etapy projektu,

RF_S – składowa funkcji celu RF wyznaczana na podstawie kosztów niestabilności ponoszonych w wyniku opóźnionego rozpoczynania zadań, w fazie planowania $RF_S = 0$,

N_A – liczba czynności,

N_M – liczba umownych etapów (kamieni milowych),

CFA_i – koszty (płatności) wykonawcy związane z realizacją zadania i (wydatki z punktu widzenia wykonawcy),

CFM_m – płatności klienta na rzecz wykonawcy za wykonanie m -tego etapu projektu (wpływy z punktu widzenia wykonawcy),

α – stopa dyskontowa, dla uproszczenia przyjęto, że rzeczywista stopa dyskontowa nie różni się od przyjętej podczas planowania,

ST_i – planowany, najbardziej prawdopodobny, czas rozpoczęcia zadania i ,

MT_m – planowany (w aktualnym harmonogramie) termin realizacji m -tego etapu projektu,

$J(t)$ – zbiór zadań wykonywanych w okresie $[t-1, t]$,

K – liczba typów zasobów,

R_{ik} – zapotrzebowanie zadania i na zasób typu k ,

A_k – dostępność zasobów typu k ,

FT_i – planowany (w aktualnym harmonogramie) czas zakończenia zadania i ,

D_i – planowany, najbardziej prawdopodobny, czas trwania czynności i ,

MD_m – umowny termin realizacji m -tego etapu projektu,

MA_m – zbiór zadań realizowanych w m -tym etapie o umownym terminie ich zakończenia MD_m ,

PM_m – płatność klienta na rzecz wykonawcy za realizację m -tego etapu projektu,

CM_m – jednostkowy koszt opóźnień, związany z nieterminową realizacją m -tego etapu projektu.

RST_i – rzeczywisty (lub ustalony dla czasów trwania zadań wygenerowanych metodą Monte Carlo) czas rozpoczęcia zadania i ,

RFT_i – rzeczywisty (lub ustalony dla czasów trwania zadań wygenerowanych metodą Monte Carlo) czas zakończenia zadania i ,

RD_i – rzeczywisty (lub wygenerowany metodą Monte Carlo) czas trwania czynności i ,

RMT_m – rzeczywisty (lub ustalony dla czasów trwania zadań wygenerowanych metodą Monte Carlo) termin realizacji m -tego etapu projektu,

CL_i – koszt związany z jednostkowym opóźnieniem rozpoczęciem zadania i , związany z dodatkowymi kosztami organizacyjnymi, z kosztami magazynowania materiałów itp.; przyjęto, że koszt ten jest ponoszony w momencie rzeczywistego czasu rozpoczęcia czynności.

W proponowanych modelach optymalizacyjnych stosowane jest etapowe rozliczanie projektu (ze zdefiniowanymi kamieniami milowymi) między klientem a wykonawcą, które może być przydatne w rzeczywistych przedsięwzięciach. Kamienie milowe to grupy zadań, które należy ukończyć w danym etapie rozliczeniowym przedsięwzięcia, w określonym umownym terminie, którego przekroczenie przez wykonawcę prowadzi do zmniejszenia transferów pieniężnych klienta za wykonanie danego etapu (naliczane są kary umowne). Wpłaty klienta na rzecz wykonawcy występują po zakończeniu etapów przedsięwzięcia, dokładnie w rzeczywistym terminie ich ukończenia. Wszystkie wydatki wykonawcy można powiązać z realizowanymi czynnościami – w celu ich rozpoczęcia konieczne jest uruchomienie środków finansowych na zakup i transport materiałów, wykorzystanie zasobów itp. Dla uproszczenia założono, że wydatki te są ponoszone przez wykonawcę w momencie planowanego rozpoczęcia zadań w harmonogramie bazowym.

W etapie planowania, podczas harmonogramowania nominalnego, może być stosowany model optymalizacyjny określony wzorami 1-5. Jako czasy trwania czynności przyjmowane są oczekiwane ich wartości D_i . Podczas harmonogramowania proaktywnego uwzględniane są niepewne, zmienne czasy realizacji czynności. Generowane są scenariusze czasów trwania zadań i dla każdego z nich wyznaczana jest wartość funkcji celu RF (wzory 6-11). Spośród sprawdzanych uszeregowanych proaktywnych (z rozmieszczonymi buforami czasowymi) wybierane jest to, dla którego średnia wartość RF dla wszystkich analizowanych scenariuszy jest najwyższa.

Przy wyznaczaniu funkcji celu RF przyjęto, że nieterminowe rozpoczęcie czynności (opóźnione w porównaniu do bazowego harmonogramu) generuje dodatkowe obciążenia finansowe tzw. koszty niestabilności dla wykonawcy związane np. z koniecznością magazynowania materiałów.

4. Proponowany sposób rozwiązania problemu

Budowa harmonogramu przebiega w etapach. Na początku tworzony jest harmonogram nominalny, bez buforów czasowych, przy założeniu maksymalizacji funkcji celu F (patrz: wzór 1) dla problemu deterministycznego z założonymi najbardziej prawdopodobnymi czasami trwania zadań (przyjętymi estymatami) D_i , bez uwzględniania niepewności. Następnie szukane jest rozwiązanie z buforami czasowymi dla zadań dobieranymi w celu maksymalizacji eksperymentalnie wyznaczonej funkcji celu RF (patrz: wzór 6) dla wygenerowanych scenariuszy czasów trwania czynności przy założeniu, że znane są ich rozkłady statystyczne.

Harmonogram nominalny dla RCPSP, który jest zagadnieniem NP-trudnym [37], generowany jest przy użyciu algorytmów przybliżonych tj. metaheurystyki symulowanego wyżarzania, algorytmy genetyczne itp. Porównanie efektywności poszczególnych algorytmów heurystycznych można znaleźć w pracy [38]. Rozwiązaniem RCPSP w reprezentacji bezpośredniej jest z reguły wektor czasów rozpoczęcia zadań. W algorytmach lokalnych poszukiwań stosowane jest najczęściej kodowanie rozwiązań w postaci listy czynności (ciąg numerów kolejnych zadań uwzględniający relacje

kolejnościowe), dla której znane są skuteczne techniki przeszukiwania otoczenia [38]. Lista czynności dekodowana jest, przy uwzględnieniu relacji kolejnościowych i ograniczeń kolejnościowych, do reprezentacji bezpośredniej przy użyciu schematów generowania harmonogramu SGS (ang. *Schedule Generation Scheme*), do których zaliczyć można równoległy i szeregowy SGS [39].

Znaleziony harmonogram nominalny podlega modyfikacjom podczas planowania proaktywnego, w którym uwzględniana jest niepewność np. wiedza o zmienności czasów trwania zadań [40]. W tej pracy celem harmonogramowania proaktywnego jest maksymalizacja przewidywanych wartości skumulowanych przepływów pieniężnych mierzona funkcją celu RF . Szukana jest alokacja buforów czasowych dla zadań. W fazie proaktywnej mogą być stosowane dwa etapy optymalizacyjne:

- 1) alokacja zasobów do zadań [41-42], która ułatwia przeprowadzenie odpornej alokacji buforów i umożliwia wykorzystanie prostej procedury reharmonogramowania z przesunięciami prawostronnymi (ang. *right-shift rescheduling*) [17-18, 23],
- 2) alokacja buforów czasowych.

Rozwiązanie analizowanego problemu z wykorzystaniem odpornej alokacji zasobów jest rozważane we wcześniejszych pracach autorów [17-18]. W tej pracy proponowana jest procedura alokacji buforów stosowana dla uszeregowania nominalnego bez ustalonego przydziału zasobów do czynności. Opis możliwych do zastosowania procedur alokacji buforów przedstawiony jest w pracach [22-24, 26]. Autorzy do rozwiązania zagadnienia proponują procedurę, która wstawia bufory jednostkowe aż do momentu braku poprawy jakości rozwiązań mierzonych średnią wartością funkcji celu RF wyznaczoną dla wygenerowanych scenariuszy czasów trwania zadań. W kolejnych iteracjach sprawdzane jest wstawienie jednostkowego buforu czasowego dla zadań analizowanych w kolejności malejących czasów ich rozpoczęcia w harmonogramie nominalnym. Przy generowaniu rozwiązania z buforami czasowymi stosowane są procedury harmonogramowania reaktywnego. Przy tworzeniu harmonogramu proaktywnego zakłada się, że aktualnie buforowane zadanie trwa o jednostkę dłużej a pozostałe mają niezmiennione czasy trwania w stosunku do planu.

Przy opracowywaniu procedur harmonogramowania reaktywnego, reharmonogramowania przyjęto, że rozpoczynanie czynności przed planowanym terminem nie jest możliwe (ang. *railway scheduling*), ze względu na konieczność np. dostarczenia materiałów niezbędnych do ich wykonania, dostarczanych dokładnie na czas JIT [43]. Algorytmy harmonogramowania reaktywnego działają następująco: w kolejnych momentach t z zakresu $\langle 0 \dots RFT_{n+1} \rangle$ (od początku do zakończenia przedsięwzięcia), podejmowana jest reakcja na zakłócenia występujące w chwili t , w celu minimalizacji zmian w porównaniu do planowanego harmonogramu (np. minimalizacji kosztów niestabilnej realizacji czynności). Dla analizowanego w tej pracy problemu decyzje o reharmonogramowaniu wykonywane są przy wykorzystaniu dostępnej wiedzy w chwili t , opracowywany jest taki harmonogram projektowany, aby zmaksymalizować oczekiwaną wartość funkcji celu RF . Dąży się do planowego rozpoczynania każdego zadania. Przy braku zakłóceń w chwili t realizowany jest harmonogram projektowany ustalony w chwili $t-1$. Przy braku zakłóceń harmonogram zrealizowany jest identyczny jak początkowy.

Do generowania harmonogramu projektowanego wykorzystywane są zmodyfikowane procedury dekodujące: odporny szeregowy SGS (ang. *robust serial SGS*) lub odporny równoległy SGS (ang. *robust parallel SGS*) [44], których działanie jest zbliżone jak procedur dla problemu deterministycznego, przy wykorzystaniu dodatkowych informacji

o założonym harmonogramie proaktywnym – nie rozpoczyna się czynności przed ich planowanym czasem rozpoczęcia. Procedury reaktywne korzystają z SGS do ustalania harmonogramu projektowanego w kolejnych chwilach t , przy uwzględnieniu wszystkich dostępnych informacji w t , dla zadań jeszcze nie rozpoczętych rozpatrywanych w kolejności ustalonej np. na podstawie przyjętej reguły priorytetowej takiej jak: EBST (ang. *Earliest Baseline activity Starting Time*) – czynności w kolejności niemalejących ich czasów rozpoczęcia w harmonogramie proaktywnym lub EPST (ang. *Earliest Projected Starting Times*) – czynności w kolejności niemalejących ich czasów rozpoczęcia w harmonogramie projektowanym ustalonym w chwili $t-1$.

W badaniach dla problemu minimalizacji ważonego kosztu niestabilności rozważane są algorytmy lokalnych poszukiwań i procedury próbkowania rozwiązań, które w każdym punkcie decyzyjnym „próbkują” np. różne reguły priorytetowe i procedury SGS w celu znalezienia harmonogramu projektowanego z minimalnym ważonym kosztem niestabilności [22-23, 44].

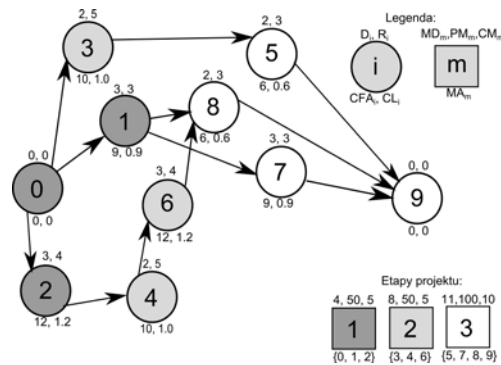
Jako procedury reharmonogramowania stosowane są następujące metody naprawy rozwiązań :

- przy ustalonej w fazie planowania, alokacji zasobów do zadań: reharmonogramowanie z przesuwaniem prawostronnym zadań na wykresie Gantt’a tych, które nie mogą być przetwarzane z powodu np. awarii maszyny lub dłuższego czasu realizacji czynności poprzedzających,
- przy braku alokacji zasobów do zadań: reharmonogramowanie częściowe (ang. *partial rescheduling*) – modyfikacja harmonogramu tylko dla tych czynności, które są bezpośrednio lub pośrednio zakłócone przy założeniu jak najmniejszych zmian w szeregowaniu lub reharmonogramowanie całkowite (ang. *complete regeneration*) – czynności nie rozpoczęte, są poddawane procesowi ponownego harmonogramowania przy przyjętych deterministycznych kryteriach oceny.

Przegląd możliwych do zastosowania procedur reharmonogramowania i podejść reaktywnych można znaleźć w pracach [22-23, 44]. W tej pracy proponowane jest zastosowanie odpornych procedur SGS i reharmonogramowania na podstawie reguł priorytetowych, dedykowanych dla rozważanego problemu.

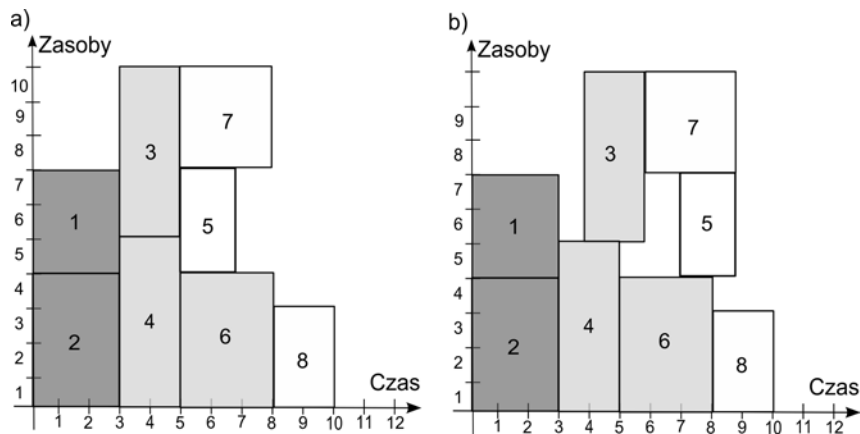
5. Przykład ilustracyjny

Przykładowy projekt przedstawiony jest jako sieć czynności na węźle na rysunku 1. Składa się z 8 czynności (węzły 0 i 9 to czynności pozorne, przedstawiające wierzchołek początkowy i końcowy grafu) realizowanych przy wykorzystaniu jednego typu zasobu o dostępności równej 10. Dla każdego zadania i określone są najbardziej prawdopodobne czasy ich trwania D_i , zapotrzebowanie na zasoby R_i oraz przepływy finansowe z nim związane. W projekcie zdefiniowane są trzy etapy projektu z umownymi terminami realizacji $MD_1 = 4$, $MD_2 = 8$, $MD_3 = 11$ i z ustalonymi umownymi rozliczeniami finansowymi. W obliczeniach przyjęto stopę dyskontowej $\alpha = 0.01$.



Rys. 1. Sieć czynności AON dla przykładowego przedsięwzięcia

W celu rozwiązania problemu na początku szukany jest harmonogram nominalny S , bez buforów czasowych, o najwyższej wartości funkcji celu F (patrz: wzór 1). Przykładowe takie uszeregowanie z $F = 185.23$ przedstawione jest na rysunku 2a. Dla harmonogramu S wstawiane są bufony czasowe w celu zwiększenia oczekiwanej wartości funkcji celu RF (patrz: wzór 6) dla różnych scenariuszy czasów trwania czynności generowanych ze skumulowanego rozkładu β , który jest używany do opisywania zmienności czasów realizacji zadań zwłaszcza wykonywanych przez ludzi [22-23]. Dla każdego zadania i ($i = 1, \dots, N$) czas jego realizacji w symulacji losowany jest ze zdyskretyzowanego, prawoskośnego rozkładu β o parametrach 2 i 5, ze średnią równą planowanemu czasowi realizacji D_i przy założeniu wartości minimalnej $0.75 \cdot D_i$ i maksymalnej $1.625 \cdot D_i$.

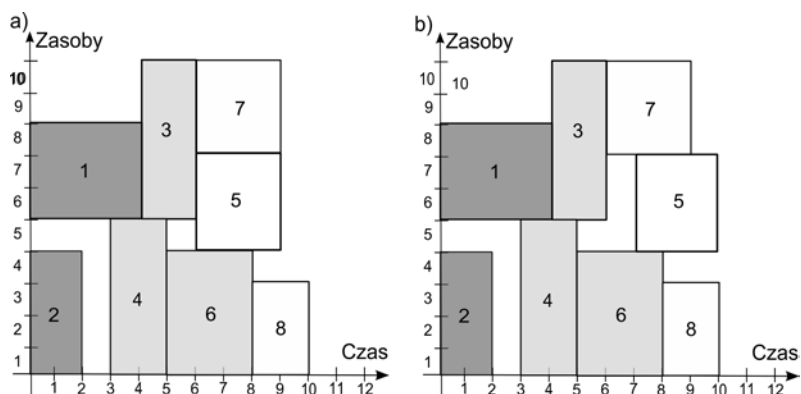


Rys. 2. Harmonogramy: 2a) nominalny, 2b) proaktywny.

Losujemy 1000 scenariuszy czasów trwania zadań. Dla tych scenariuszy średnia wartość RF wyliczona dla harmonogramu S z rys. 2a bez buforów czasowych wynosi 114.37. W wyniku iteracyjnego wstawiania jednostkowych buforów czasowych i ustalania wpływu tych operacji na jakość harmonogramu proaktywnego (średnią wartość funkcji celu RF ustaloną dla 1000 wygenerowanych scenariuszy) ustalono, że dla tych 1000 scenariuszy korzystne jest wstawienie jednostkowego bufora czasowego przed zadaniem 3 (w wyniku

tej operacji w prawo o jednostkę przesunięte są również zadania 5 i 7) i następnie przed zadaniem 5. Najlepsze rozwiązanie proaktywne jest przedstawione na rysunku 2b. Dla tego uszeregowania proaktywnego średnia wartość funkcji celu RF jest równa 114.51 i jest wyższa o 0.14 od RF dla harmonogramu nominalnego z rys. 2a, dzięki wstawieniu buforów czasowych.

W celu zilustrowania sposobu wyznaczania funkcji celu RF oraz przedstawienia w jaki sposób realizowany jest planowany harmonogram, przeanalizujmy jeden scenariusz realizacji przedsięwzięcia, w którym rzeczywiste czasy trwania RD_i różnią się od oczekiwanych D_i dla czynności 1, 2 oraz 5: $RD_1 = 4$ ($D_1 = 3$), $RD_2 = 2$ ($D_2 = 3$), $RD_5 = 3$ ($D_5 = 2$). Zmiany harmonogramu są wykonywane w fazie harmonogramowania reaktywnego, w momentach kończenia zakłóconych zadań. Ustalany jest harmonogram projektowany przy zastosowaniu odpornej szeregowej procedury SGS z reharmonogramowaniem na podstawie reguły priorytetowej EBST uwzględniającej kamienie milowe projektu przy założeniu, że zadania rozpoczynane są nie wcześniej niż w planowanym czasie ich rozpoczęcia w planowanym uszeregowaniu. Czynności do reharmonogramowania za pomocą SGS rozpatrywane są w kolejności niemalejących ich czasów rozpoczęcia w planowanym harmonogramie, przy równych czasach rozpoczęcia wcześniej rozważane zadania o mniejszym najpóźniejszym czasie zakończenia czynności EFT (ang. *Earliest Finish Time*) wyznaczonym na podstawie umownych terminów realizacji etapów przedsięwzięcia. Dla przyjętego scenariusza czasów trwania zadań i uszeregowania nominalnego z rysunku 2a harmonogram zrealizowany zaprezentowany jest na rysunku 3a, natomiast dla uszeregowania proaktywnego z rys. 2b harmonogram zrealizowany zaprezentowany jest na rysunku 3b.



Rys. 3. Zrealizowany harmonogram przy przyjętym scenariuszu rzeczywistych czasów trwania zadań: 3a) dla harmonogramu nominalnego z rys. 2a, 3b) dla harmonogramu proaktywnego z rys. 2b.

Dla harmonogramu z rysunku 3a funkcja celu RF wynosi:

$$F_A = -\frac{9}{(1.01)^0} - \frac{12}{(1.01)^0} - \frac{10}{(1.01)^3} - \frac{10}{(1.01)^3} - \frac{6}{(1.01)^5} - \frac{9}{(1.01)^5} - \frac{12}{(1.01)^5} - \frac{6}{(1.01)^8} = -71.64;$$

$$RF_M = \frac{50}{(1.01)^4} + \frac{50}{(1.01)^8} + \frac{100}{(1.01)^{10}} = 184.75;$$

$$RF_S = -\frac{0}{(1.01)^0} - \frac{0}{(1.01)^0} - \frac{1}{(1.01)^4} - \frac{0}{(1.01)^3} - \frac{0.6}{(1.01)^6} - \frac{0}{(1.01)^5} - \frac{1.2}{(1.01)^6} - \frac{1}{(1.01)^8} = -2.66;$$

$$RF = \sum_{i=1}^{N_A} \frac{CFA_i}{(1+\alpha)^{ST_i}} + \sum_{m=1}^{N_M} \frac{CFM_m}{(1+\alpha)^{RMT_m}} + \sum_{i=1}^{N_A} \frac{CFS_i}{(1+\alpha)^{RST_i}} = -71.64 + 184.75 - 2.66 = 110.45.$$

Dla harmonogramu z rysunku 3b funkcja celu RF wynosi:

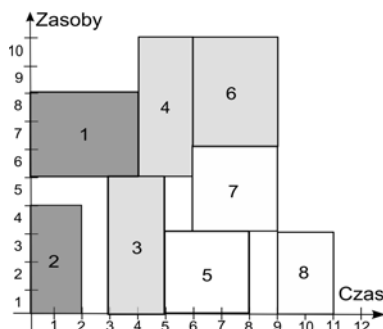
$$F_A = -\frac{9}{(1.01)^0} - \frac{12}{(1.01)^0} - \frac{10}{(1.01)^4} - \frac{10}{(1.01)^3} - \frac{6}{(1.01)^7} - \frac{9}{(1.01)^5} - \frac{12}{(1.01)^6} - \frac{6}{(1.01)^8} = -71.32;$$

$$RF_M = \frac{50}{(1.01)^4} + \frac{50}{(1.01)^8} + \frac{100}{(1.01)^{10}} = 184.75;$$

$$RF = \sum_{i=1}^{N_A} \frac{CFA_i}{(1+\alpha)^{ST_i}} + \sum_{m=1}^{N_M} \frac{CFM_m}{(1+\alpha)^{RMT_m}} + \sum_{i=1}^{N_A} \frac{CFS_i}{(1+\alpha)^{RST_i}} = -71.32 + 184.75 - 0 = 113.43.$$

W harmonogramie z rysunku 3b brak jest kosztów niestabilności dzięki zastosowaniu podejścia proaktywnego. Funkcja celu RF dla harmonogramu z rysunku 3b wynosi 113.43 i jest większa od wartości $RF = 110.45$ dla zrealizowanego uszeregowania przy przyjętym planowanym harmonogramie nominalnym. Przy realizacji harmonogramu nominalnego, bez buforów czasowych, pojawiają się dodatkowe koszty niestabilności dla zadań 3, 5, 7 oraz 8 w związku z późniejszym niż planowanym ich rozpoczęciem.

Przyjęcie innej strategii reharmonogramowania, bez uwzględniania umownych etapów projektu, może przynieść gorsze rezultaty. Dla reharmonogramowania na podstawie reguły priorytetowej EBST, takiej jak dla problemu minimalizacji ważonych kosztów niestabilności [22-23,44], w której zadania rozpatrywane są w kolejności niemalejących ich czasów rozpoczęcia w planowanym harmonogramie, przy równych czasach rozpoczęcia wcześniej reharmonogramowane jest zadanie o niższym numerze, zrealizowany harmonogram dla planowanego uszeregowania z rys. 2a przedstawiony jest na rys. 4.



Rys. 4. Zrealizowany harmonogram przy przyjętym scenariuszu rzeczywistych czasów trwania zadań i zastosowaniu reharmonogramowania na podstawie listy priorytetowej EBST bez uwzględniania umownych etapów projektu

Dla harmonogramu z rysunku 4 funkcja celu RF wynosi:

$$F_A = -\frac{9}{(1.01)^0} - \frac{12}{(1.01)^0} - \frac{10}{(1.01)^3} - \frac{10}{(1.01)^3} - \frac{6}{(1.01)^5} - \frac{9}{(1.01)^5} - \frac{12}{(1.01)^5} - \frac{6}{(1.01)^8} = -71.64;$$

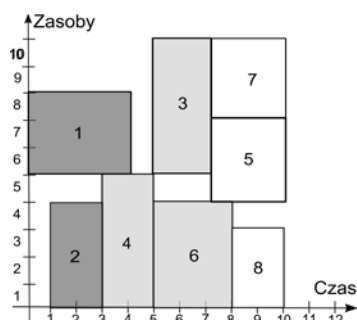
$$RF_M = \frac{50}{(1.01)^4} + \frac{50-5}{(1.01)^9} + \frac{100}{(1.01)^{11}} = 178.83;$$

$$RF_S = -\frac{0}{(1.01)^0} - \frac{0}{(1.01)^0} - \frac{0}{(1.01)^3} - \frac{1}{(1.01)^4} - \frac{0}{(1.01)^5} - \frac{0.9}{(1.01)^6} - \frac{1.2}{(1.01)^6} - \frac{0.6}{(1.01)^9} = -3.50;$$

$$RF = \sum_{i=1}^{N_A} \frac{CFA_i}{(1+\alpha)^{ST_i}} + \sum_{m=1}^{N_M} \frac{CFM_m}{(1+\alpha)^{RMT_m}} + \sum_{i=1}^{N_A} \frac{CFS_i}{(1+\alpha)^{RST_i}} = -71.64 + 178.83 - 3.50 = 103.69.$$

Funkcja celu RF dla harmonogramu z rysunku 4 wynosi 103.69 i jest znacznie niższa niż dla zrealizowanych harmonogramów z rys. 3a i 3b przede wszystkim w związku z późniejszym niż w planie ukończeniem drugiego etapu przedsięwzięcia i poniesieniem kary umownej za przekroczenie umownego terminu realizacji tego etapu $MD_2 = 8$.

W problemach planowania projektu w warunkach dla celów porównawczych opracowuje się uszeregowanie „ex post”, które charakteryzuje się największą możliwą wartością stosowanej funkcji celu przy założeniu wiedzy o rzeczywistych czasach trwania zadań. Takie uszeregowanie zaprezentowane jest na rys. 5.



Rys. 5. Harmonogram „ex post” o maksymalnej wartości funkcji celu F przy przyjętym scenariuszu czasów trwania zadań

Dla harmonogramu z rysunku 5 funkcja celu RF wynosi:

$$F_A = -\frac{9}{(1.01)^0} - \frac{12}{(1.01)^1} - \frac{10}{(1.01)^5} - \frac{10}{(1.01)^3} - \frac{6}{(1.01)^7} - \frac{9}{(1.01)^5} - \frac{12}{(1.01)^7} - \frac{6}{(1.01)^8} = -70.99;$$

$$RF_M = \frac{50}{(1.01)^4} + \frac{50}{(1.01)^8} + \frac{100}{(1.01)^{10}} = 184.75;$$

$$RF = \sum_{i=1}^{N_A} \frac{CFA_i}{(1+\alpha)^{ST_i}} + \sum_{m=1}^{N_M} \frac{CFM_m}{(1+\alpha)^{RMT_m}} + \sum_{i=1}^{N_A} \frac{CFS_i}{(1+\alpha)^{RST_i}} = -70.99 + 184.75 - 0 = 113.76.$$

Wartość funkcji celu dla zrealizowanego harmonogramu proaktywnego $RF = 113.43$ jest nieznacznie mniejsza (o 0.33) od najlepszego możliwego uszeregowania znalezione „ex post” przy założeniu przy planowaniu rzeczywistych czasów trwania zadań. W harmonogram „ex post” występują niższe zdyskontowane wydatki związane z późniejszym planowanym rozpoczęciem zadań 2, 3, 5, 7.

Przykład potwierdza zasadność stosowania podejścia proaktywno-reaktywnego dla analizowanego problemu.

6. Podsumowanie

W artykule analizowany jest problem maksymalizacji przepływów gotówkowych dla projektu z etapowymi rozliczeniami, realizowanego w warunkach niepewnych zmiennych czasów trwania zadań. Proponowany jest sposób rozwiązania tego zagadnienia za pomocą podejścia proaktywno-reaktywnego. W fazie proaktywnej tworzony jest harmonogram odporny z odpowiednio alokowanymi buforami czasowymi, dobranymi dla wygenerowanych scenariuszy czasów trwania zadań. W fazie reaktywnej podejmowane są działania, aby możliwie najdokładniej zrealizować planowane uszeregowanie proaktywne przez zastosowanie strategii reharmonogramowania dedykowanej dla rozpatrywanego zagadnienia. Rozważany problem i proponowany sposób jego rozwiązania zilustrowane są dla przykładowego przedsięwzięcia ze zdefiniowanymi kamieniami milowymi.

Podjęta tematyka jest aktualna. Proponowany model nie był, w tej postaci, rozważany w innych pracach badawczych, a może według autorów, znaleźć praktyczne zastosowania. Przedmiotem dalszych prac będzie m.in. opracowanie efektywnych reguł priorytetowych na potrzeby reharmonogramowania, eksperymentalna analiza proponowanych algorytmów i porównanie ich z procedurami wcześniej analizowanymi przez autorów [17-18].

Literatura

1. Hartmann S., Briskorn D.: A Survey of Variants and Extensions of the Resource-Constrained Project Scheduling Problem, *European Journal of Operational Research*, 207(1), 2012, 1-14.
2. Kolisch R., Padman R.: An integrated survey of deterministic project scheduling, *OMEGA The International Journal of Management Science*, 29, 2001, 249-272.
3. Russell A.H.: Cash flows in networks, *Management Science*, 16, 1970, 357-373.
4. Herroelen W., Reyck B. D., Demeulemeester E.: Project network models with discounted cash flows: A guided tour through recent developments, *European Journal of Operational Research*, 100, 1997, 97-121.
5. Dayanand N., Padman R.: Project contracts and payment schedules: The client's problem, *Management Science*, 47, 2001, 1654-1667.
6. Dayanand N., Padman R.: On modelling payments in projects, *Journal of the Operational Research Society*, 48, 1997, 906-918.
7. Leyman P., Vanhoucke M.: Payment models and net present value optimization for resource-constrained project scheduling, *Computers & Industrial Engineering* 91, 2016, 139-153.
8. Mika M., Waligóra G., Węglarz J.: Simulated annealing and tabu search for multi-mode resource-constrained project scheduling with positive discounted cash flows and different payment models, *European Journal of Operational Research*, 2005, vol. 164, no. 3 639-668.
9. Ulusoy G., Sivrikaya-Serifoglu F., Sahin S.: Four Payment Models for the Multi-Mode Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows, *Annals of Operations Research*, 102, 2001, 237-261.
10. Bahrami F., Moslehi G.: Study of payment scheduling problem to achieve client-contractor agreement, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 64(1), 2013, 497-511.
11. Ulusoy G., Cebelli S.: An equitable approach to the payment scheduling problem in project management. *European Journal of Operational Research* 127(2), 2000, 262-278.

12. He Z. W., Xu Y.: Multi-mode project payment scheduling problems with bonus penalty structure, *European Journal of Operational Research*, 189, 2008, 1191-1207.
13. Khoshjahan Y., Najafi A., Nadjafi B.: Resource constrained project scheduling problem with discounted earliness-tardiness penalties: Mathematical modeling and solving procedure, *Computers & Industrial Engineering* 66, 2013, 293-300.
14. Klimek M., Łebkowski P.: Robustness of schedules for project scheduling problem with cash flow optimisation, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, Vol. 61, No. 4, 2013, 1005-1015.
15. Klimek M., Łebkowski P.: A Two-Phase Algorithm for Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash Flows, *Decision Making in Manufacturing and Services*, Vol. 7, No. 1-2, 2013, 49-66.
16. Klimek M., Łebkowski P.: Heuristics for project scheduling with discounted cash flows optimization, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, Vol. 63, No. 3, 2015, 613-622.
17. Klimek M., Łebkowski P.: Metoda Monte Carlo dla problemu harmonogramowania projektu z maksymalizacją przepływów pieniężnych w warunkach niepewności, W: *Innowacje w zarządzaniu i inżynierii produkcji*, T. 1 / red. Ryszard Knosala, Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole, 2015, 579-591.
18. Klimek M. Łebkowski P.: *Harmonogramowanie projektu rozliczanego etapowo*, Monografia Wydawnictw AGH, Kraków, 2015.
19. Stabryła A.: *Zarządzanie projektami ekonomicznymi i organizacyjnymi*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2006.
20. Trocki M.: *Nowoczesne zarządzanie projektami*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, 2012.
21. He Z., Wang N., Jia T., Xu Y.: Simulated annealing and tabu search for multimode project payment scheduling. *European Journal of Operational Research* 198 (3), 2009, 688-696.
22. Herroelen, W., Leus, R.: Project scheduling under uncertainty: Survey and research potentials, *European Journal of Operational Research*, 165, s. 289-306, 2005.
23. Herroelen W., Leus R.: Robust and reactive project scheduling: a review and classification of procedures, *International Journal of Production Research* 42(8), 2004, 1599-1620.
24. Józefowska J., Węglarz J. (red.): *Perspectives in Modern Project Scheduling*, Springer 2006.
25. Klimek M.: *Predyktywno-reaktywne harmonogramowanie produkcji z ograniczoną dostępnością zasobów*, Praca doktorska, AGH Kraków, 2010.
26. Van De Vonder S., Demeulemeester E., Herroelen W.: A classification of predictive-reactive project scheduling procedures, *Journal of Scheduling*, 10, 2007, 195-207.
27. Goldratt E. M.: *Critical chain*. Great Barrington: The North River Press, 1997.
28. Deblaere F., Demeulemeester E.L., Herroelen W.S.: Proactive policies for the stochastic resource-constrained project scheduling problem, *European Journal of Operational Research*, 214(2), 2011, 308-316.
29. Leus R, Herroelen W.: Stability and resource allocation in project planning, *IIE Transactions*, 36(7), 2004, 667-682.
30. Van de Vonder S., Demeulemeester E., Herroelen W., Leus R.: The use of buffers in project management: The trade-off between stability and makespan, *International Journal of Production Economics*, 97, 2005, 227-240.

31. Van De Vonder S, Demeulemeester E., Herroelen W., Leus R.: The trade-off between stability and makespan in resource-constrained project scheduling, *International Journal of Production Research*, 44(2), s. 215-236, 2006.
32. Van De Vonder S., Demeulemeester E., Herroelen W.: Proactive heuristic procedures for robust project scheduling: An experimental analysis, *European Journal of Operational Research*, 189(3), 2008, 723-733.
33. Benati S.: An optimization model for stochastic project networks with cash flows, *Computational Management Science*, 3 (4), 2006, 271-284.
34. Sobel M. J., Szmerekovsky J. G., Tilson V.: Scheduling projects with stochastic activity duration to maximize expected net present value, *European Journal of Operational Research*, 198, 2009, 697-705.
35. Wiesemann W., Kuhn D., Rustem B.: Maximizing the net present value of a project under uncertainty, *European Journal of Operational Research*, 202, 2010, 356-367.
36. Maravas A., Pantouvakis J.-P.: Project cash flow analysis in the presence of uncertainty in activity duration and cost, *International Journal of Project Management*, 30 (3), 2012, 374-384.
37. Błażewicz J., Lenstra J., Kan A. R.: Scheduling subject to resource constraints - classification and complexity. *Discrete Applied Mathematics*, 5, 1983, 11-24.
38. Hartmann S., Kolisch R., Experimental evaluation of state-of-the-art heuristics for the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 127, 2000, 394-407.
39. Kolisch R.: Serial and parallel resource-constrained project scheduling methods revisited: Theory and computation, *European Journal of Operational Research*, 90, 1996, 320-333.
40. Sobaszek Ł., Świć A., Gola A.: Koncepcja zastosowania narzędzi predykcji w projektowaniu harmonogramów odpornych, *Zarządzanie przedsiębiorstwem*, Vol. 19, nr 2, 2016, 20-26.
41. Deblaere F., Demeulemeester E.L., Herroelen W.S., Van De Vonder S.: Robust resource allocation decisions in resource-constrained projects, *Decision Sciences*, 38(1), 2007, 5-37.
42. Klimek M., Łebkowski P.: Resource allocation for robust project scheduling. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, Vol. 59, No. 1, 2011, 51-55.
43. Tian W., Demeulemeester, E.: Railway scheduling reduces the expected project makespan, Raport badawczy 1004, K.U. Leuven, 2010.
44. Van de Vonder S., Ballestin F., Demeulemeester E., Herroelen W.: Heuristic procedures for reactive project scheduling, *Computers & Industrial Engineering*, 52(1), 2007, 11-28.

Dr inż. Marcin KLIMEK

Zakład Informatyki, Katedra Nauk Technicznych, Wydział Nauk Ekonomicznych i Technicznych, Państwowa Szkoła Wyższa im. Papieża Jana Pawła II
21-500 Biała Podlaska, ul. Sidorska 95/97
e-mail: marcin_kli@interia.pl

Dr hab. inż. Piotr ŁEBKOWSKI, prof. AGH

AGH, Katedra Badań Operacyjnych, Wydział Zarządzania
30-067 Kraków, ul. Gramatyka 10
e-mail: plebkows@zarz.agh.edu.pl